

NYE GEODÆTISKE REFERENCESYSTEMER

af Frede Madsen og C.C. Tscherning, Geodætisk Institut.

Sammenfatning.

Ved udnyttelse af satellit- eller inertimetoder til positionsbestemmelse eller navigation benyttes nye geodætiske referencesystemer (WGS 72, NWL9D). Der redegøres for disse systemers definition samt for forbindelsen til de ældre systemer.

Ved udnyttelsen af satellitteknik bestemmes højden, h , over en omdrejningsellipsoide, der afviger mindst muligt fra middelhavniveau globalt. Dette middelhavniveau falder sammen med en flade, hvor tyngdepotentialet er konstant, kaldet geoiden.

En bestemmelse af den sædvanlige højde over middelhavniveau (koten, H) kræver således et kendskab til geoidenhøjden, $N = h - H$. Denne højde varierer mellem ± 110 m og $+110$ m, globalt. I Danmark varierer den mellem 32 m og 40 m og i Grønland mellem 15 m og 60 m. Der redegøres for resultater af geoidbestemmelser i Danmark og Grønland.

1. Indledning.

De nye navigationssystemer (nuværende og kommende) baseret på satellitter er globale i den forstand, at de kan benyttes uanset, hvor man befinder sig på jorden. De ved disse systemer bestemte positioner angives i et geodætisk referencesystem, der også er globalt og tredimensionalt.

I afsnit 2 vil vi gennemgå nogle af disse systemers definition og redegøre for forbindelsen til de ældre systemer. En af de væsentligste ændringer er, at de højder, der benyttes, ikke nødvendigvis er højder over middelhavniveau (H). De kan være højder (h) over en omdrejningsellipsoide, der afviger mindst muligt fra havniveau.

Middelhavniveau falder sammen med en flade, hvor tyngdepotentialet er konstant, kaldet geoiden.

For at kunne omsætte mellem de to typer af højder er geoidens højde over ellipsoiden $N = h - H$ blevet bestemt over hele jorden. Geoiden er i Danmark og i Grønland blevet bestemt af Geodætisk Institut til brug for en moderne opmåling og kortlægning baseret på satellitteknik. I afsnit 3 redegør vi for resultaterne af disse geoidbestemmelser.

Samtidig med indførelsen af satellitnavigation er også inertiteknik blevet taget i anvendelse. Denne teknik bygger på det grundlæggende princip i navigation, at hvis man kender sit udgangspunkt, sin øjeblikkelige kurs og fart, så kender man også sin position. Ved inertiteknik bestemmes kurs og fart (hastighedsvektoren) ved integration af målte accelerationer (hastighedsændringer). Da man kun kan måle summen af tyngdeaccelerationen og accelerationerne i forbindelse med egne bevægelser, må tyngdeaccelerationen kunne udregnes med god tilnærmelse ud fra et kendskab til positionen og fratrækkes den målte acceleration. Selvom de nye referencesystemer muliggør, at dette kan lade sig gøre med god tilnærmelse, vil det i mange tilfælde være nødvendigt med information om den faktiske tyngdevektors størrelse.

Desværre vil det føre for vidt at gå ind på denne problemstilling i detaljer, men vi har villet nævne det her for at gøre opmærksom på, at ligesom der ved udnyttelsen af moderne satellitteknik i nogle tilfælde kræves et kendskab til geoiden (og dermed til tyngdepotentialet) så kræves der i andre tilfælde et kendskab til tyngdevektoren. De læsere, der ønsker en mere udførlig fremstilling af satellit- og inertiteknik eller af geodætiske begreber og problemstillinger henvises til Madsen & Tscherning (1979), Tscherning (1981), Forsberg & Tscherning (1982) og Kejlsø (1983).

2. De nye og de gamle referencesystemer; geodætisk datum.

For at lette læserens forståelse af det følgende vil vi først give definitionen på nogle grundlæggende begreber. For i indledningen at kunne motivere forløbet af den følgende fremstilling har vi allerede benyttet nogle af begreberne.

Tyngdepotentialets værdi (W) angiver tyngdekraftens evne til at udføre et arbejde, f.eks. ved et legemes frie fald. Ved en vandret bevægelse udføres intet arbejde af tyngdekraften, så potentialet er konstant på en flade defineret på denne måde, f.eks. som nævnt i middelhavniveau.

Lodretningen, der falder sammen med tyngdekraftens retning, står vinkelret på de flader, hvor potentialet er konstant, se figur 1. Retningen angives ved astronomisk længde og bredde (se nedenfor). Tyngdekraftens numeriske værdi kalder vi i daglig tale tyngden.

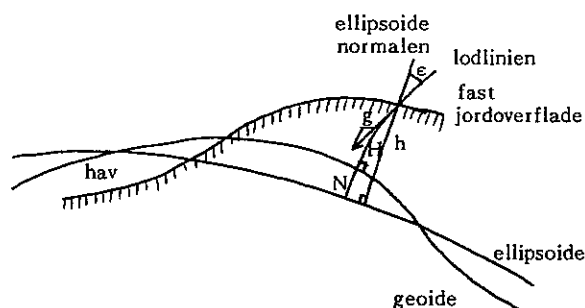


Fig. 1. Sammenhæng mellem højde over ellipsoiden (h), orthometrisk højde, kote (H), geoidenhøjde (N), lodafvigelse (ε) og tyngdevektoren g .

En omdrejningsellipsoide er den figur, der dannes ved at dreje en ellipse om en af dens symmetriakser 360 grader. Dens størrelse beskrives ved den halve længde (a) af dens største (stor) akse og fladtrykningen $f = (a-b)/a$, hvor b er det halve af den mindste (lille) akse længde, se figur 2. Da ellipsoiden skal benyttes som en flade, der tilnærmer jorden ved havniveau, og da jorden er fladtrykt ved polerne, vil lilleaksen være omdrejningsakse.

Ellipsoiden placeres i et tre-retvinklet koordinatsystem med koordinater (X, Y, Z), så ellipsoidens centrum ligger i punktet $(0, 0, 0)$, og så lilleaksen falder sammen med Z -aksen.

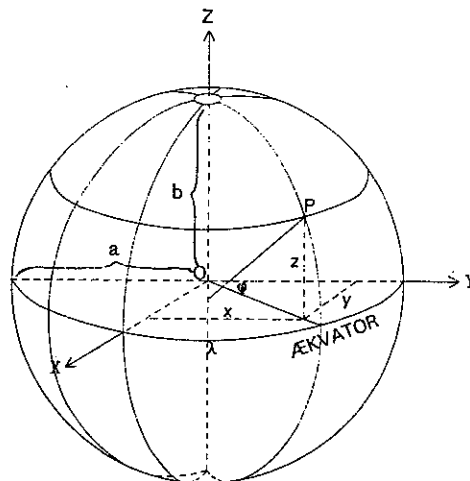


Fig. 2. Ellipsoidiske koordinater (φ, λ) og tredimensionale retvinklede koordinater (X, Y, Z) .

Fra et punkt i rummet kan man nedfælde den vinkelrette på ellipsoiden. Denne linie vil (p.g.a. af ellipsoidens symmetriegenskaber) skære Z-aksen og også X-Y planen, se figur 2. Vinklen mellem linien og X-Y planen kaldes geodætisk bredde, φ , og vinklen mellem den plan, der udspændes af linien og Z-aksen, og X-Z planen kaldes geodætisk længde, λ . Ellipsoidehøjden h er højden af punktet over ellipsoiden. Sammenhængen mellem de tre-retvinklede koordinater og de geodætiske koordinater er

$$\begin{aligned} X &= (R + h) \cos(\varphi) \cos(\lambda) \\ Y &= (R + h) \cos(\varphi) \sin(\lambda) \\ Z &= (R \cdot (b/a)^2 + h) \sin(\varphi), \end{aligned} \quad (1)$$

hvor R er øst-vest krumningsradius

$$R = a^2 / \sqrt{(a \cdot \cos(\varphi))^2 + (b \cdot \sin(\varphi))^2}.$$

Vi har hermed defineret nogle af de væsentligste størrelser, der indgår i et geodætisk referencesystem. Vi mangler blot at fastlægge ellipsoidens størrelse og placering i forhold til punkter på jorden. Dette kaldes fastlæggelse af et geodætisk datum.

Dette gøres under hensyntagen til systemets udnyttelse til navigation, kortlægning og opmåling.

Det koordinatsystem, der indtil for få årtier siden var det dominerende ved navigation byggede på astronomisk bredde, Φ , og længde, λ , og på højden, H , over havniveau. Disse tre størrelser har den fordel, at de alle er fysiske størrelser, d.v.s. de kan bestemmes ved måling.

Ved en astronomisk stedbestemmelse benyttes et instrument, normalt en kikkert med to på hinanden vinkelrette 360 graders skalaer. Den ene skala stilles i den lokale vandrette plan f.eks. ved hjælp af libeller. Da lodlinien står vinkelret på denne plan, refererer instrumentet hermed til lodlinien. Helt præcist refererer instrumentet til lodliniens tangent, hvis retning også er sammenfaldende med tyngdekraftens retning.

Med en astronomisk kikkert kan man bestemme en retning parallel med jordens omdrejningsakse, som retningen til det punkt på himmelkuglen hvor stjernerne står stille. Den plan, der indeholder denne retning og tyngdevektoren, kaldes den lokale astronomiske meridianplan. ϕ bestemmes så som vinklen i denne plan mellem vandret og omdrejningsaksens retning. Vinklen ψ kan bestemmes ud fra tidsforskellen mellem en stjernes passage igennem denne plan og det ud fra et stjerne katalog kendte tidspunkt for stjernens passage gennem Greenwich meridianplanen. Dette voldte tidligere store problemer, fordi man ikke havde præcise ure til rådighed.

Højden H bestemmes ved nivellement som summen af højdeforskelle målt langs en kæde af punkter i forhold til et (eller flere) punkt(er) med fastlagt højde over middelhavniveau. De målte størrelser korrigeres for lodliniens varierende retning m.m.

Det geodætiske referencesystem forsøges så fastlagt på en sådan måde, at forskellen mellem astronomisk og geodætisk bredde og længde (kaldet lodafvigelsen) og mellem H og h bliver så små som mulige. Dette opnås, hvis ellipsoidens centrum falder sammen med jordens tyngdepunkt, lilleaksen er parallel med omdrejningsaksen, og X-Y planen falder sammen med Greenwich meridianplanen.

Fastlæggelsen må foretages skridtvis. Først vælges en ellipsoide, dens placering fastlægges og derpå regnes de geodætiske koordinater for punkter, hvorimellem man har målt afstande, vinkler og højdeforskelle. Siden 1600-tallet har man ud fra punkter fortrinsvis beliggende i et net udstrakt i nord-syd retning forsøgt at bestemme de bedste værdier for a og f. Denne procedure kaldes gradmåling, d.v.s. man forsøgte at bestemme afstanden mellem breddegraderne, for derved at bestemme de bedste værdier for ellipsoidens parametre. Resultaterne af forskellige gradmålinger findes i Tabel 1.

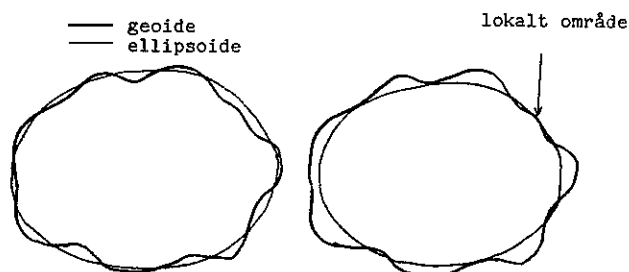
Tabel 1. Værdier for den halve storakse a og fladtrykningen f bestemt ved gradmåling (G) og ved satellitmetoder (S).

År	Ellipsoide navn	a (m)	1/f	Metode
1866	Clarke	6378206.4	294.98	G
1924	Hayford	6378388.0	297	G
1971	NWL9D	6378145.0	298.257	S
1972	WGS72	6378135.0	298.26	S
1980	GRS80	6378137.0	298.257	S

Ellipsoidens placering bød på en række problemer, da der oftest kun fandtes ganske få punkter med kendte værdier for de astronomiske koordinater.

Man har derfor i mange tilfælde blot sat lodafvigelsen i et punkt til nul og sat ellipsoidehøjden lig med højden over havniveau. Da dette ikke er nok til entydigt at fastlægge ellipsoidens placering (den kan stadig drejes) har man i dette tilfælde været nødsaget til at forlange, at det astronomiske azimuth fra et punkt til et andet skulle være lig med det geodætiske azimuth. (Astronomisk azimuth er vinklen mellem den lokale astronomiske meridianplan og retningen til et andet punkt. Geodætisk azimuth er den tilsvarende vinkel, hvor den geodætiske meridianplan indgår). Denne metode er blevet anvendt ved fastlæggelsen af System '34.

Hvis tyngdefeltet kun varierer lidt - som i Danmark - kan denne simple procedure benyttes. Hvis man skal fastlægge et datum, der omfatter hele Europa, må man forsøge at placere ellipsoiden, så den giver de mindst mulige lodafvigelser og geoidenhøjder over hele dette område, se figur 3. Med en placering af ellipsoiden, hvor der var en god tilpasning mellem ellipsoide og geoider, opnåede man en række fordele specielt af beregningsmæssig art, hvilket tidligere havde stor betydning, hvor man ikke havde moderne regnemaskiner til rådighed. Europæisk Datum 1950 (ED50) og Nordamerikansk Datum 1927 (NAD1927) er fastlagt på denne måde.

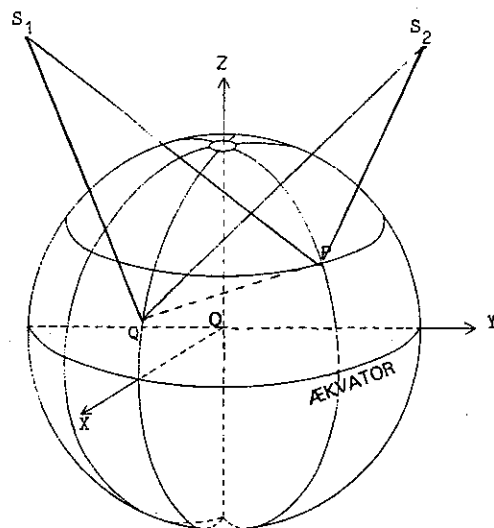


Figur 3. Globalt og lokalt tilpasset ellipsoide.

Ovennævnte metoder kan kun vanskeligt anvendes globalt, idet de blandt andet forudsætter, at man kan opbygge geodætiske net, der dækker hele jorden; men i 1960'erne fik man ved hjælp af de første primitive satellitter forbundet kontinenterne ved geodætiske målinger. Satellitter blev fotograferet simultant, med stjernerne som baggrund, fra to eller flere punkter på jorden, se Fig. 4. Herved bestemtes planer i rummet, der måtte indeholde to af stationerne, og stationernes relative beliggenhed kunne beregnes som skæringerne mellem disse planer. Desværre var disse målinger ikke af tilfredsstillende nøjagtighed, men var dog alligevel et stort skridt på vejen mod etableringen af et globalt geodætisk referencesystem.

Den metode, der har givet de bedste resultater, bygger på sammenhængen mellem jordens form og dens tyngdepotential, samt det forhold at satellitbanerne afhænger af W . Det betyder nemlig, at man kan udnytte observationer af banernes ændringer til at bestemme gode tilnærmelser til W . Sådanne tilnærmelser kan udtrykkes som summen af en række af såkaldte kuglefunktioner $V(0,0)$, $V(1,0)$, $V(1,1)$, $V(1,-1)$, $V(2,0)$ o.s.v., hver multipliceret med bestemte konstanter. $V(0,0)$ er simpelt hen den inverse afstand til koordinatsystemets begyndelsepunkt $(0,0,0)$, og konstanten hørende til $V(0,0)$ er $G*M$, hvor G er gravitationskonstanten og M er jordens masse.

Hvis det koordinatsystem, der benyttes til at angive satelliternes position, har centrum i jordens tyngdepunkt og Z -aksen er parallel med omdrejningsaksen, så skal de til $V(1,0)$, $V(1,1)$, $V(1,-1)$, $V(2,1)$ og $V(2,-1)$ hørende konstanter alle være nul. Ved at udnytte denne viden har man kunnet bestemme koordinater for satellitsporsingsstationerne i et sådant system ud fra kendskabet til deres relative beliggenhed.



Figur 4. Satellittriangulation.

Man vil dog bemærke, at systemet er fastlagt på nær en rotation om Z-aksen. Her har man benyttet kendskabet til visse af sporingsstationernes astronomiske længde. Hermed har man fastlagt (X, Y, Z) koordinaterne for sporingsstationerne i et geocentriske, tre-retvinklet system med Z-aksen korrekt placeret, men ikke nødvendigvis med X-Y planet nøjagtigt igennem Greenwich.

I de af punkterne, hvor højden H over geoiden var kendt, kunne man herefter bestemme koordinaterne for et punkt på geoiden. Herudfra kunne man i princippet bestemme den ellipsoide, der passede bedst. Dette var dog ikke muligt, da de første sporingsstationer næsten alle lå på omtrent den samme (nordlige) breddegrad.

I stedet benyttede man den satellitbestemte tilnærmelse til W til ud fra kendskabet til punkterne på geoiden at beregne geoidens potential, W_0 . Ud fra denne værdi, kendskabet til jordens rotationshastighed og konstanterne hørende til $V(0,0)$ og $V(2,0)$ kan man finde en ellipsoide med centrum i $(0,0,0)$, der afviger mindst muligt fra geoiden.

Et moderne geodætisk referencesystem vil derfor være angivet ved fire konstanter, traditionelt den halve storakse a , rotationshastigheden, ω , og konstanterne hørende til $V(0,0)$ og $V(2,0)$. Til disse konstanter hører der desuden en potentialfunktion, U , som er bestemt således, at en tilhørende potentialflade, hvor U er konstant, falder sammen med den valgte ellipsoide. U kaldes normalpotential.

I tabel 2 er anført de definerede parametre for nogle af de mest anvendte referencesystemer.

Tabel 2. Definition af geodætiske referencesystemer, samt metode benyttet ved datumfastlæggelse. P - lodafvigelse og geoidenhøjde sat til 0 i udgangspunkt, R - lodafvigelser bedst tilpasset regionalt, men geoidenhøjde sat til 0 i udgangspunkt, G - lodafvigelser og geoidenhøjder bedst tilpasset globalt.

Navn	Ellipsoide	Metode	GM (km ³ /s ²)	ω (rad/s)*10 ⁴
NAD1927	Clarke	P	ikke benyttet	ikke benyttet
Qornoq	Hayford	P	do.	do.
ED1950	Hayford	R	do.	do.
Færø1954	Hayford	P	do.	do.
NWL9D	NWL9D	G		
WGS72	WGS72	G	398600.5	0.7292115147
NAD83	GRS80	G	398600.5	0.7292115
TRANSIT	WGS72	G		

Vi ser at ellipsoidens og koordinatsystemets fastlæggelse afhænger af mange faktorer. Nemlig hvor gode observationer vi har af satellitterne, samt hvor godt tyngdepotentialet kan bestemmes (satellitterne bidrager p.g.a. deres afstand fra jorden kun til bestemmelsen af W's langbølgede forløb). Det er også betydningsfuldt at springsstationernes koordinater kan bestemmes godt, og at disse stationers højde over havet er kendt.

På alle disse områder er der sket store fremskridt de sidste 10 år. Man har gennemført afstandsmålinger til satellitter med laser og udnyttet kendskabet til tyngdekraftens variation på jordoverfladen. Mest betydningsfuldt har det været, at geoiden nu er kendt over havene i området mellem 72 graders nordlig og sydlig bredde. Med radarmåling fra satellit har man bestemt afstanden til havoverfladen. Ud fra kendskabet til satellittens højde over ellipsoiden fås geoidenhøjden N som forskellen mellem højden og afstanden. (Vi ser bort fra effekten af tidevand, bølger, havstrømme etc.). Disse nye målinger har i det væsentligste givet en bekræftelse af de konstanter, der benyttes i WGS72's ellipsoide; men ellipsoidens centrum og X-Y meridianplan skal muligvis flyttes. Et nyt system er under udarbejdelse og vil formentlig komme til at hedde WGS84.

Hvis man med den nye satellitteknik kan bestemme koordinaterne til punkter, der allerede har koordinater i et ældre system, kan vi bestemme overgangen mellem de to systemer. Man forsøger her at beskrive denne overgang som en flytning (dX, dY, dZ) af den gamle referensellipsoidens centrum, en skalaændring 1+dL og en rotation med vinklerne $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$, om hver af de tre akser. Hvis de nye koordinater kaldes (x,y,z) og de gamle (X,Y,Z) så kan denne tilnærmede overgang udtrykkes matematisk ved

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{Bmatrix} + (1+dL) \begin{Bmatrix} 1 & -\epsilon_1 & \epsilon_2 \\ \epsilon_3 & 1 & -\epsilon_1 \\ -\epsilon_2 & \epsilon_1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Med et fælles punkt kan man kun bestemme en flytning (dX,dY,dZ). Har man mange punkter bestemmes en overgangsformel, der kan indeholde fra 3 til 7 konstanter afhængig af, hvor god en overensstemmelse der er mellem de 2 systemer. Eventuelt deler man et givet område op i flere områder, hvorefter man bestemmer en overgangsformel for hvert område. F.eks. har man både en overgangsformel for hele det område, der er omfattet af ED50, og af området omkring Nordsøen. Dette er gjort af hensyn til opdelingen i efterforsknings- og udvindingsområder for olie i Nordsøen, hvor man har ønsket den bedst mulige tilpasning mellem ED50 og de nye referencesystemer. I Tabel 3 giver vi eksempler på sådanne overgange.

 Tabel 3. Overgange mellem forskellige geodætiske referencesystemer.

Datum overgang	NWL9D til ED50 Nordsøen	NWL9D til ED50 V.Europa	TRANSIT til ED50	NWL9D til WGS72	NWL9D til NAD83
dX (m)	89.5	98.6	83	0	0
dY (m)	93.8	90.0	110	0	0
dZ (m)	127.6	138.2	118	0	0
dL*10**6	-1.8	-4.0	-	-0.8263	-0.4
ϵ_1 (")	-	-	-	0	0
ϵ_2 (")	-	-	-	0	0
ϵ_3 (")	0.97	1.29	-	0.26	0.8
Reference	(7)	(1)	(7)	(9)	(GI)

Ved et sådant datumskift ændres selvfølgelig også de geodætiske koordinater, og de dermed sammenhørende UTM koordinater. Disse ændringer er så store, at de kan ses på f.eks. et topografisk kort i målestok 1:25000. Forskellene i Northings og Eastings mellem ED1950 og WGS72 er vist i figur 5.

3. Geoidbestemmelse.

En af konsekvenserne ved indførelsen af et globalt koordinatsystem er, at ellipsoiden ikke mere er tilpasset bedst lokalt. I ældre systemer var geoidhøjder og lodafvigelse ofte så små, at man kunne se bort fra disse ved beregninger. Tidligere satte man blot geoidhøjden til at være konstant 3 m i Danmark. Nu er den 10 gange større, se figur 6.

Samtidig giver de moderne satellitnavigationssystemer som resultat de geodætiske koordinater, d.v.s. for højdens vedkommende ellipsoidehøjden, medens man til praktiske formål har brug for højden over geoiden. De fleste mennesker vil protestere, hvis højden langs kystlinien på et kort ikke konstant var nul.

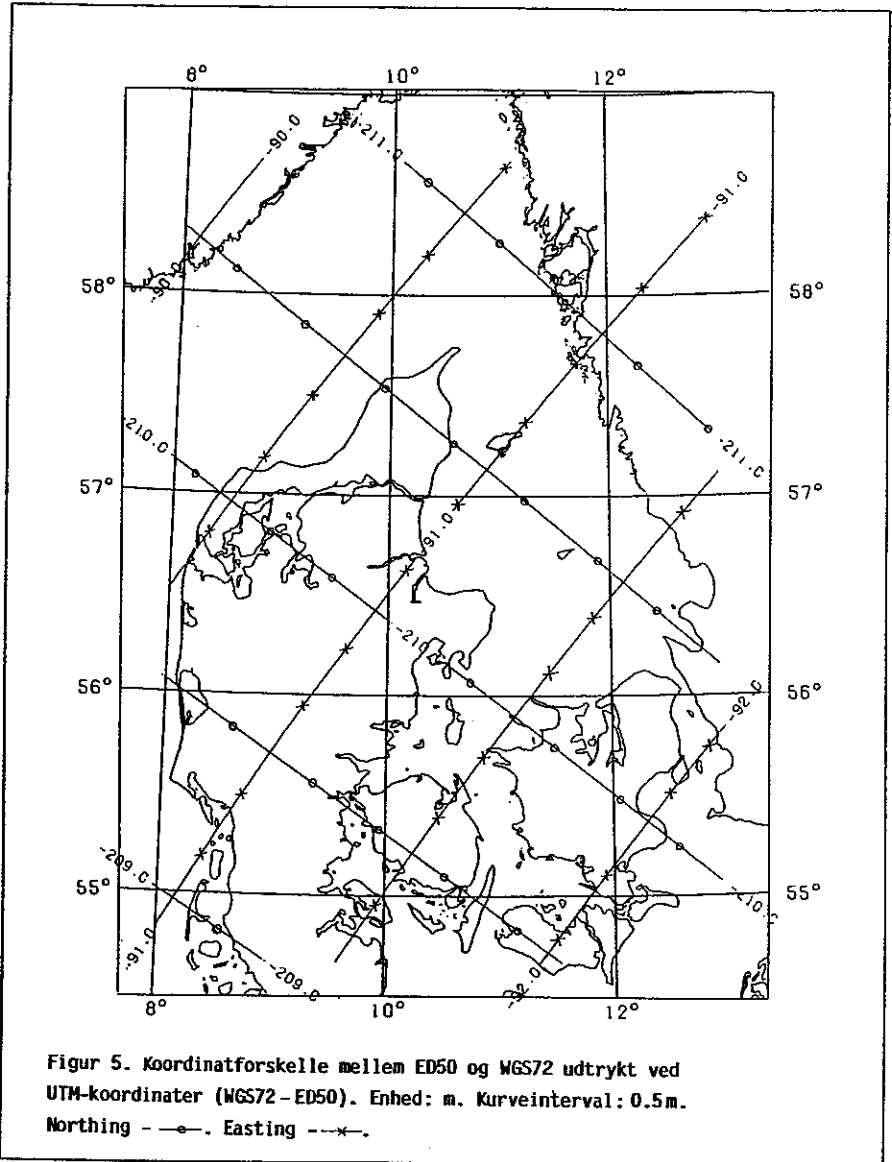
4. Afslutning.

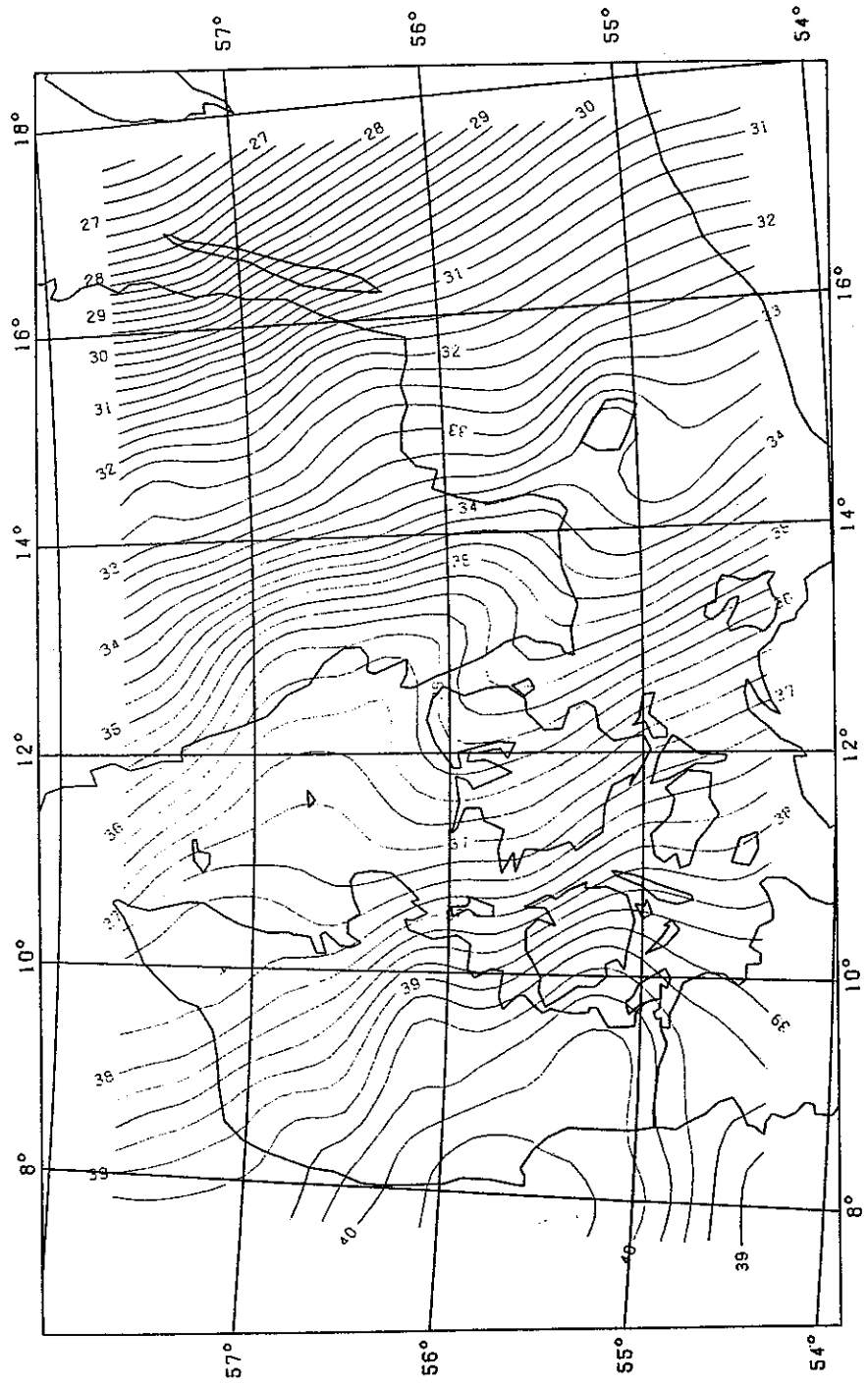
I forbindelse med indførelsen af nye referencesystemer er det væsentligt, at man foretager en bestemmelse af forbindelsen til de ældre systemer, for dermed at sikre sammenhængen mellem systemerne og dermed mulighederne for at anvende den store mængde af koordinater, der er blevet bestemt i de gamle systemer.

I de referencesystemer, der her er omtalt, er der ikke taget hensyn til jordens daglige bevægelse på lidt under 0.5 m (tidejord) samt jordskorpebevægelser som f.eks. kontinentaldrift. Modeller for sådanne bevægelser bør også inddrages i definitionen af referencesystemerne. En sådan udvidelse af definitionen af referencesystemer vil blive nødvendigt, når den forbedrede nøjagtighed i positionsbestemmelsen, som vi kan forvente i fremtiden (1 - 10 cm), vil kunne udnyttes af den almindelige bruger. Dog vil ikke alle tidsmæssige effekter kunne forudberegnes. Så måske bør vi (Geodætisk Institut) have faste observatorier, hvor korrektioner til de bestemte positioner løbende kan bestemmes og videregives til brugerne af de nye systemer.

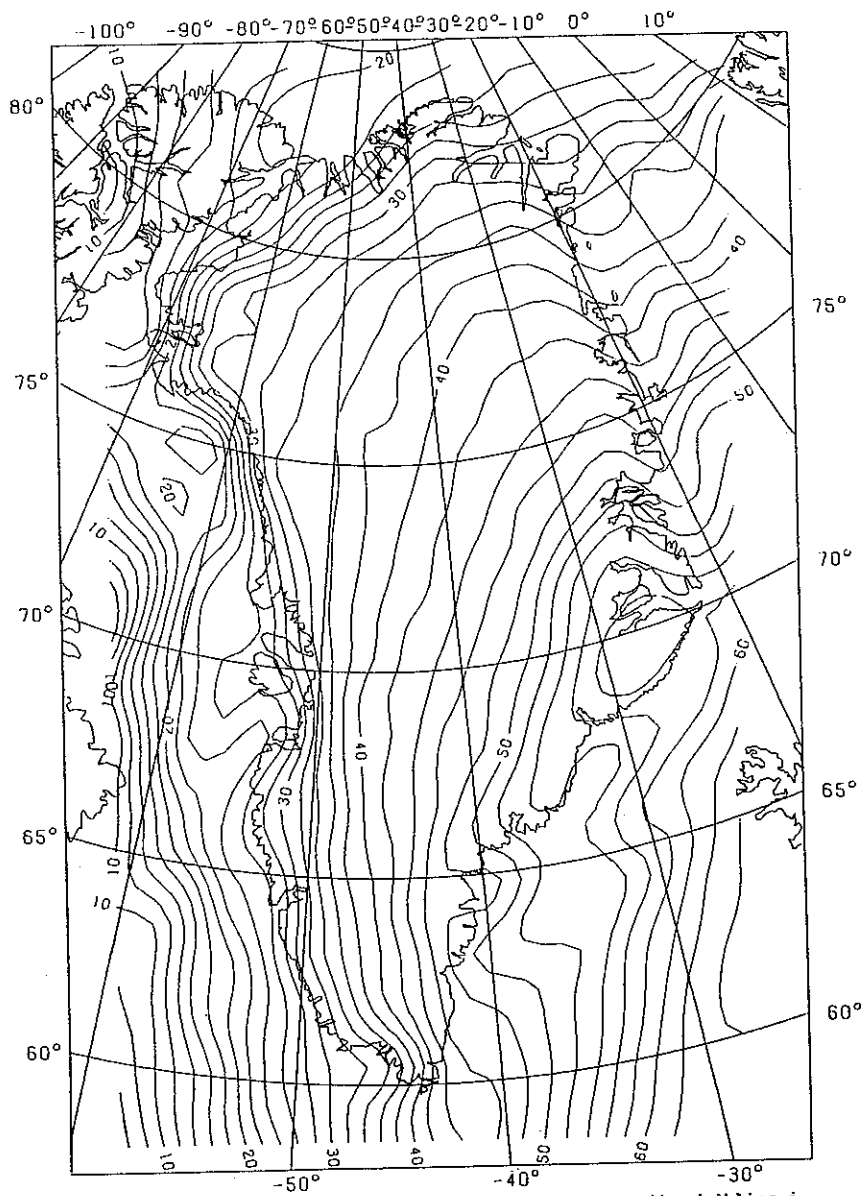
5. Litteratur.

- (1) Boucher, C., P. Paquet and P. Wilson: The second European Doppler Observation Campaign (EDOC-2), Results and Conclusions obtained by EDOC-2 Computing Centers. Proc. 2nd. Int. Geodetic Symp, on Satellite Doppler Positioning, Austin Jan. 22 - 26, 1979, pp. 819 - 849, Defence Mapping Agency and National Ocean Survey, 1979.
- (2) Forsberg, R. and F. Madsen: Geoid Prediction in Northern Greenland using Collocation and Digital Terrain Models. Annales de Geophysique, Vol. 37, pp. 31-36, 1981.
- (3) Forsberg, R. and C.C. Tscherning: Forbedringer og nye anvendelser af inertiteknik. Landinspektøren, Bind 31, hæfte 4, pp. 1 - 19, 1982.
- (4) Kejlsø, E: Geodæsi i Danmark. I "Geofysikkens Sesam luk dig op", pp. 97 - 112, Rhodos, København 1983.
- (5) Madsen F. and C.C. Tscherning: Anvendelse af Rumteknik ved Geodætisk Institut. Landinspektøren, Bind 29, hæfte 7, s. 408-422, 1979.
- (6) Moritz, H.: Geodetic Reference System 1980, Bulletin Geodesique, Vol. 54, no. 3, pp. 395-405, 1980.
- (7) Ordnance Survey: Report of Investigations into the Use of Satellite Doppler Positioning to Provide Coordinates on European Datum 1950 in the Area of the North Sea. Professional Papers (New Series), Vol 30, 1981.
- (8) Rapp, R.H.: A Global 1 deg. x 1 deg. Anomaly Field Combining Satellite, Geos-3 Altimeter and Terrestrial Data. Dep. of Geodetic Science Report No. 278, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1978.
- (9) Sepellin, T.O.: The Department of Defence World Geodetic System 1972. The Canadian Surveyor, Vol. 28, no. 5, pp. 496 - 506, 1974.
- (10) Tscherning, C.C.: Anvendelse af Inertiteknik inden for Geodæsi og Opmåling. Landinspektøren, Vol. 29, No. 5, pp. 279 - 295, 1979a.
- (11) Tscherning, C.C.: Determination of a (quasi) geoid for the Nordic Countries from heterogeneous data using collocation. Proceedings of the 2nd International Symposium on the Geoid in Europe and Mediterranean Area, Rome 13 - 17 Sept. 1982, pp. 388 - 412, Instituto Geografico Militare Italiano, Firenze, 1983.





Figur 6. Geoidkort over Danmark.
 Enhed: m. Kurveinterval: 0.25m.
 Ellipsoide: GRS80.



Figur 7. Geoidkort over Grønland baseret på Rapp's rækkeudvikling i kuglefunktioner fra 1978.
 Enhed: m. Kurveinterval: 2 m. Ellipsoide: GRS 80.