5479 +

File:H:\EXCERC\sat\sat00d.wpd, version 10. maj 2000

2067

Øvelser og Opgaver

til

Geodætiske Koordinatsystemer og Observationsmetoder

Satellitgeodæsi

C.C.Tscherning
Geofysisk Afdeling
Juliane Maries Vej 30,
2100 København Ø
e-mail: cct@gfy.ku.dk

Januar 2000

Øvelse 1.

1.1. En satellit har $i = 30°$, samt en cirkulær bane. Jorden betragtes som kugleformig med middelradius 6371000 m.

Beregn den halve storakse (a), der gør satellitten netop synlig over horisonten for bredderne 60° og 90°.

1.2. Betragt en satellit med cirkulær bane, $i = 60°$, $\Omega = \omega = 0°$. Angiv banehastighederne for a = 7000, 7300 og 8000 km. Jorden regnes igen homogen og kugleformig.

Hvor skærer banerne Ækvator første gang efter et omløb, idet satellitterne til t = 0 alle er i punkterne (a,0,0).

Hvor er satellitterne efter 30 minutter ?

1.3.

(1) Beregn keplerelementerne for en centralbevægelse om en homogen, kugleformig Jord, idet vi kender et punkt på banen og hastigheden for t = 3 timer:

X = (3500000 m, 3500000 m, 4949747.5 m)
v = (-5331.5851 m/s, 5331.5851 m/s, 0.0 m/s)

(2) Hvad er satellittens geocentriske længde efter præcis et omløb ?

Øvelse 2.

2.1. Gennemfør udregningen af [Ω ,e], [a,e] og [a,M] (Kaula, Kap. 3).

2.2. Hvad er Delauny-variablernes værdi svarende til punktet i opgave 1.3 ?

2.3. Gennemfør udregningen der fører til Kaula ligning (3.78).

2.4. Antag potentialet er givet ved

$$V(\varphi,\lambda,r) = \frac{GM}{r}\left(1 - J_2\left(\frac{a}{r}\right)^2 P_2(\sin\varphi)\right)$$

Opskriv potentialet som en funktion af (X,Y,Z).

Hvad er det hertil svarende tyngdepotential i punktet i opgave 1.3 ?

Benyt i det følgende WGS84 koordinatsystemet.

En satellit har den 21 maj 1999 kl. 0 (tiden $t_0 = 0$) Kepler-elementerne

$a=7300000$ m, $i=80.0°$, $e= 0.000$ (cirkulær bane), $\Omega = 45.0449°$, $\omega = 0.1099°$ samt

$f=196.3277°$.

2.5. Hvor lang tid vil det tage før Ω har ændret sig 360° ?

2.6. Beregn kepler-elementerne til tiden $t_1 = 3600$ s med 0.0001° nøjagtighed, idet der tages hensyn til koefficienten J_2.

2.7. Beregne satellittens koordinater og hastighedsvektor i inertialsystemet (CIS) med 10 m nøjagtighed til tidspunktet t_1.

2.8. En satellit har en cirkulær bane med a = 7070 km. Hvilken hældning (i) skal banen have for at satellitten bliver sol-synkron ?

Øvelse 3.

3.1 Et punkt A på jordoverfladen har geocentrisk bredde 40.9238°, længde -30.6685° samt ellipsoidehøjde h = 0 m i WGS84 koordinatsystemet (CTS). Hertil svarer de kartesiske koordinater

A = (X,Y,Z) = (3966985 m, -2272853 m, 4432312 m).

Den 21 maj 1999 er Polens koordinater $x_P = 0.1866''$ og $y_P = 0.2913''$. Greenwich stjernetid (GAST) er på dette tidspunkt (t_1) 18.0 timer. Vi antager at præcession og nutation begge er 0. Hvad er A's koordinater i det inertielle system (CIS) ?

3.2 Hvad er middelstjernetid i Greenwich d. 18 sept. 1998, kl. 00.00 (GMST) ?

Hvad er lokal middel stjernetid, når længden sættes til 12.5 grader ?

Hvad er lokal stjernetid (LAST) når vi antager det er nymåne, at F = 0 i ligning (2.20) samt at månens opstigende knude har længden 45 grader ?

Øvelse 4.

(1) Et signal med frekvensen 1.2 Ghz passerer lodret gennem ionosfærens F lag fra 800 km til 200 km højdc. Elektrontætheden antages at være lig med værdierne i Tabel 2.5. (Pas på med disse værdier!).

Hvor lang tid tager gennemløbet i vakuum ?
Hvor lang tid tager gennemløbet ved dag og ved nat når der tages hensyn til elektrontætheder-

ne ?

Hvad er de til tidsforskellen svarende afstande i m ?

Gentag beregningerne for frekvensen f = 5.0 Ghz.

(2) Antag vi har signal med frekvensen f = 1.2 Ghz, der modtages i et punkt med højde h = 0 m. Her er temperaturen 293.0 K, trykket 1020.0 Hpa, det partielle vanddamptryk 20 HPa.

Hvad er H_D (formel (2.94)) ?

Hvad er afstandskorrektionerne for højdevinklerne 90° og 45^0 ?

Øvelse 5. Beregning af soltryk, drag mm.

5.1. Antag Månen og en satellit ligger på en ret linie gennem Jordens tyngdepunkt, i Ækvator planen. Satellittens baneradius er $r_0 = 6678137$ m. Afstanden til Månen sættes lig med 60 jordradier. Hvad er den relative acceleration af satellitten forårsaget af Månen ?

Antag at satellittens bane er cirkulær. Antag endvidere at satellittens og Månebanens hældning (inklination) begge er 18 grader. Hvad er så ændringerne af satellittens Kepelerelementer

Ω *og* ω .

I de følgende opgaver betragter vi den samme satellit som i opgave 5.1, med den samme position.

5.2 Hvad er størrelsen af accelerationen forårsaget af den del af tidejorden der stammer fra Månen ? Vi sætter Love tallet $k_2 = 0.3$.

5.3. Hvad er satellittens stedvektor og dens hastighedsvektor ? Hvad er atmosfærens hastighedsvektor ?

Vi antager at satellitten er kugleformig med massen 200 kg og en radius på 1 m. Atmosfærens tæthed sættes til 30 g/ m^3. Hvad er størrelsen af drag accelerationsvektoren ?

5.4. Satellittens refleksivitet sættes til 2.0. Det er jævndøgn, og solen står 90° fra retningen mellem satellitten og Jordens centrum. Hvad er effekten af soltrykket på satellitten ?

Øvelse 6. SAR.

ERS-1 satellitten antages at være 800 km over Jorden. Hvad er (tilnærmet indenfor 100 m) hastigheden over jorden ?

Den har en radar med en 10 m antenne, og udsender signaler med en frekvens på 5.3 GHz. Antennen er rettet i en retning 23° ud fra satellitten. Pulslængden er $37.1 * 10^{-6}$ s. Hvad er pulsens længde i m i signalets retning, og hvad er den projiceret på jordens overflade ? Hvad er opløsningen ?

Hvor stort et område dækkes når synsvinklen er 6°.?

Hvad er strålebredden ? Hvor stort er så området, der "oplyses" på Jorden ?

Der udsendes pulser med frekvens 1700 Hz. Hvor mange pulser vil så ramme et punkt på Jorden ? Og hvad er afstanden mellem 2 pulser ?

Den chirpede puls giver en komprimeret puls længde på $64.3 * 10^{-6}$ s svarende til en båndbredde på 15.55 Mhz. Hvad bliver så range-opløsningen ?

Vi ønsker med en syntetiseret antenne at få en opløsning på 5 m. Hvor lang skal antennen så være ? Hvad er ændringen i Dopplerfrekvensen svarende til den syntetiserede antennelængde (forskellen mellem den maximale og den minimale frekvens) ? Denne forskel er (betragter vi som) båndbredden Hvad er så den nye tidslige og rumlige opløsning i azimuth ?

Øvelse 7. GPS data indsamling.

I alt 4 GPS modtagere opererer samtidig i perioden ca. 13.30 - 14.30, i

Tårnet Juliane Maries vej 30
Buddinge Batteri, Hovedstation 620,
Bakketop i Vestskoven
På broen over Farummotorvejen i Utterslev mose.

De indsamlede data down-loades efter hjemkomst på en diskette eller lægges på nettet.

Øvelse 8.

Eksempler på anvendelse af Mindste Kvadraters Metode (Least Squares Adjustment, LSQ).

I det følgende antages alle fejl at være normalfordelte.

Øvelse 8.1. Udjævning af højdenet.

Følgende højder er observeret:

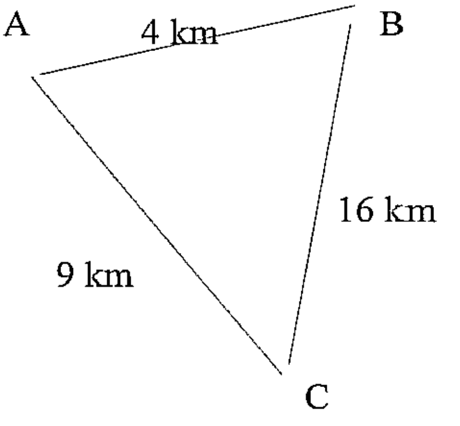
$h_B - h_A =$ 1371 mm
$h_C - h_B =$ 2521 mm
$h_A - h_C =$ -3888 mm
$h_A - h_C =$ -3890 mm
h_A = 10031 mm

Fejlene på alle observationerne antages først at have standardafvigelsen 1 mm.

Opstil observationsligningerne

$$A\,x = b,$$

hvor x er en vektor med de 3 højder som elementer. Benyt mindste kvadraters metode til at beregne skøn for de 3 højder, deres standardafvigelsen og korrelationerne mellem fejlene.



Hvad er skønnet for fejlene på observationerne ?

Antag nu at observationerne har en standardafvigelse, der er 0.5 mm * sqrt (afstand i km),
hvor afstanden i km fremgår af tegningen.
Gentag udjævningen med de nye vægte (dvs. beregn de udjævnede højder, samt deres standardafvigelser).

Øvelse 8.2

Antag vi har 3 punkter A, B, C, der ligger i en plan. A har koordinaterne (100 cm, 200 cm), og B har koordinaterne (100 cm, 600 cm). C's koordinater skal bestemmes, og vi har en foreløbig antagelse om at punktet har koordinaterne (410 cm, 590 cm). A og B's koordinater betragtes som fejlfri. Der er målt 2 afstande, D(A,C) = 500 cm, D(B,C) = 300 cm, begge med en standardafvigelse på 1 cm.

Beregn et skøn for C's koordinater, samt for fejlen på koordinaterne med mindste kvadraters metode.

Øvelse 9.

9.1. Benyt positions og hastighedsvektor for en satellit som regnet i opgave 2.7.

Et punkt P har koordinaterne i et CTS:

(X,Y,Z) = (3966985 m, -2272853 m, 4432312 m)

I opgave 3.1 er punktets koordinater beregnet i et CIS.

Hvad er vektoren mellem punktet P og satellitten i CIS. Hvad er vinklen mellem hastighedsvektoren og forbindelsesvektoren ?

9.2. Satellitten udsender er signal på 400 MHz. Hvad er Dopplerforskydningen af det i P modtagne signal ?

Øvelse 10.

Opgave 10.1:

Opgaven illustrerer punkt-positionering med GPS.

Foreløbige koordinater (i m):
(X,Y,Z) 3517250.0 784660.0 5244920.0
Observationer:

Sat	Tid	X	Y	Z	Afstand
16	468262.6	19882818	-4007732	17137390	20790130.3
23	468262.6	-8318660	-15394931	20196264	25008215.1
26	468262.6	9358156	-18567258	16719423	23243865.2
27	468262.6	14687857	7259303	20670310	20115810.1

Beregn forbedrede koordinater med meters nøje samt tidskorrektionen.
Opgaven regnes på en lommeregner.

Opgave 10.2:

Opgaven illustrerer GPS punkt-positionering udfra 2 sæt af data, med forskellige startværdier og fejlskøn for observationerne

.

Nu bruges programmet dixyz. (/disk1/cct/cctf/dixyz).

Observationerne ligger i en fil med navn /disk1/cct/cctf/station620 . Foruden disse data skal programmet have et skøn for data-fejlen som input. Benyt her 1.0, 0.5, 0.1 og 0.01 m som fejlskøn, og sammenlign resultatet.
Programmet producerer en fil, hvor de nye koordinater står, der kan benyttes som nyt input for at kontrollere lineariteten. Kør programmet med disse nye værdier som input med fejlskøn 0.1 m.

Slet 2 observationer, og undersøg hvordan resultatet ændres for fejlskøn 0.1 m.

Lav en ny fil med navn station620.ny, hvor start-koordinaterne er 1000 m forskellige i x, y, z, og fejlskøn 0.1 m.
Programmet producerer en fil, hvor de nye koordinater står, der kan benyttes som nyt input for at kontrollere lineariteten. Kør programmet med disse nye værdier som input.

Øvelse 11.

Opgave 11.1

Der er opgivet GPS afstandsmålinger fra 4 satellitter til 2 stationer (Buddinge og Nikolai Kirke), til 2 forskellige tidspunkter. Data er i filerne /disk1/cct/cctf/station620 og station41. Nøjagtigheden sættes til 0.1 m.

Foreløbig koordinater (X,Y,Z) i m for Buddinge:
3513648.63 778953.56 5248202.81

SRN	tid	XS	YS	ZS	/Dist
16	468262.6510	19882818.33	-4007732.61	17137390.13	20789777.704
16	468292.6510	19996259.77	-3943021.90	17019719.27	20797647.028
23	468262.6510	-8318660.05	-15394931.96	20196264.65	25000854.787
23	468292.6510	-8167330.60	-15381072.91	20267446.59	24963363.171
26	468262.6510	9358156.02	-18567258.83	16719423.93	23238398.488
26	468292.6510	9385677.53	-18444555.04	16841759.75	23204193.990
27	468262.6510	14687857.19	7259303.26	20670310.06	20117138.378
27	468292.6510	14562396.87	7361029.17	20720638.02	20119513.020

Foreløbig koordinater for Nicolai Kirke:
3517254.92 784665.16 5244923.62

SRN	tid	XS	YS	ZS	/Dist
16	468262.6510	19882818.33	-4007732.61	17137390.13	20790130.361
16	468292.6510	19996259.77	-3943021.90	17019719.27	20797943.579
23	468262.6510	-8318660.05	-15394931.96	20196264.65	25008215.119
23	468292.6510	-8167330.60	-15381072.91	20267446.59	24970718.883
26	468262.6510	9358156.02	-18567258.83	16719423.93	23243865.265
26	468292.6510	9385677.53	-18444555.04	16841759.75	23209651.627
27	468262.6510	14687857.19	7259303.26	20670310.06	20115810.169
27	468292.6510	14562396.87	7361029.17	20720638.02	20118186.762

Benyt programmet dixyz til beregning af koordinater for
Nicolai Kirke (Buddinge er regnet i forrige uge).

Hvad er enkelt og doppel differenserne for de 2 stationer og
satellitterne 16, 23, 26 og 27 ?

Beregn koefficienterne i observations-ligningerne i de to tilfælde.
Hvordan ser normalligningerne ud ? Hvad er løsningsvektorens dismension ?
Kan de benyttes til bestemmelse af koordinat-forbedringerne ?
Hvad skal vi kræve før at de kan benyttes ?

Hvad vil en fasemåling have givet i Buddinge til satellit 16 på
L1 frekvensen. Fejl fra Ionosfære og Troposfære antages at være 0,
og urfejlen var 0.

Øvelse 12..

12.1 Data indsamlet med GPS-modtagerne i stationerne:

```
1-13-00001 602 Buddinge
2-04-00871 Oksbjerget
K-01-00125 Bro over Hareskovvejen samt
Tårnet på Rockefeller-komplexet
```

skal processeres med Trimbles standard program GPSurvey. Processeringen foregår under Windows(95) på en PC.

Station 620 Buddinge benyttes som fast station. Koordinaterne i WGS84 er

Bredde: 55° 44' 19.74589", Længde: 12°44'19.74589", kote = 50.663 m,
samt geoidehøjde 35.909 m. (Hvad er ellipsoidehøjden ?).

Benyt GPSurvey til at finde de 2 andre stationers koordinater i WGS84 samt afstandene mellem stationerne.

Hvad er fejlen på koordinatforskellene, og hvordan er de korreleret ?

12.2 Koordinaterne i UTM for de 3 punkter i ED1950 er vedlagt som bilag til opgaven.
Sammenlign afstandene som beregnet udfra koordinaterne og udfra GPS målingerne.

12.3. Hvad er højden over havet i de 2 punkter, idet vi har opgivet

at Geoidehøjderne i to punkter er
2-04-00871 36.007 m
K-01-00125 35.909 m.

12.4. Benyt programmet TRANS13 til at beregne punkternes længde og bredde i ED1950. Her er er geoidehøjden i alle punkter 3.000 m.

12.5. Vi har nu 3 punkter, hvor vi kender koordinaterne i WGS84 og ED1950.

Hvad er datumskift mellem de to systemer udtrykt som en translationsvektor ?
Hvor godt passer den i stationerne ?

Overvej om det vil være muligt at udtrykke datumskift som en translation og 3 rotationer. Datudskift kan udtrykkes som middeltallet af ændringen i bredde og længde. Hvor stor en fejl ville man begå herved ?

Øvelse 13. Altimeterdata.

Vælg et område, der er interessant oceanografisk, fx. omkring en af de store havstrømme.

Altimeterdata fra NASA's Pathfinder datasæt fra området hentes fra KMS's maskine manicoral. Der kan benyttes data fra TOPEX/Poseidon eller fra ERS-1/2. Først udtrækkes data, og derefter overføres de ved ftp til en computer ved gfy.

Data består af en højde, samt afvigelserne fra middelhøjden for hver måling.
Tegn et (farve) konturkort ved hjælp af AVS/UNIRAS programmet geoplot21. (Skelet for job-fil findes i /disk1/cct/geod). Hvert kort lagres som en farve post-script eller jpeg fil. Giv filerne navne, så de ordnes sekventielt (alt01, alt02, ..., alt77).

Prøv derefter at vise filerne som en animation ved hjælp af programmet xv.

Opgaven løses ved at gennemgaa følgende trin:

(1) telnet manicoral.kms.dk
(2) log ind som user geosonar, passwd opgives.
(3) gaa til directory NASADATA/soft og start programmet readtpx.
(4) Vælg et område, og udtræk Topex data fra 12 eller flere consekutive cycles (> 10), ikke 21 og 118.
Programmet giver output-data med format
Cycle-nummer, bredde, længde, (grader), h, h-middelværdi (m), tidspunkt (s).
(5) Navngiv data fra hver cycle som fx tpx23.dat så cyclens nummer indgår i navnet.
(6) overfør data til GFY ved ftp i et directory
(7) Start UNIRAS (skriv UNIRAS paa kommandolinien) og lav et konturplot ved at benytte job-filen
/disk1/cct/geod/geoplot.tpx1, der ændres så området passer
og input-fil navnet passer. Check om konturintervallet passer.

(8) Ændrer navnet på output postskript filen POST,til fx tpx23.ps
Den kan evt. ændres fra "landscape" format til "Portrait"-format og en gif-fil ved hjælp af programmet xv.
(9) når alle filerne er lavet, så vis den ved en animation ved hjælp af programmet xv eller xanim
Eksempel:
/usr/local/nbi_common/bin/xv -wait 1 tpx*.ps

Kan mas se havstrømme ? Kan man se effekten af u-modelleret tidevand ? Kan man se temperaturafhængige højdeændringer ?

For de avancerede:

Benyt programmet geocol12a til at fratrække bidraget fra EGM96. En "skablon" job til at udføre dette findes som fil geocol.egm. Det korrekte fil-navn skal indsættes.

Tegn et kontur-kort, efter at have ændret figurteksten og kontureringsintervallet.

Øvelse 14. SST og SGG.

14.1. Betragt (2,0) leddet i kuglefunktionsudviklingen for tyngdepotentialet. Hvad er den største forskel mellem dette leds bidrag til de radiale og den nordgående komponenter af potentialets 2.ordens afledede (zz, yy)for en satellit (GOCE) med inklination 82° og en cirkulær bane med radius 6630000 m. Hvad siger det om måleområdet for gradiometeret i GOCE ?

14.2. Antag vi har 2 accelerometre med aftstnden 0.5 m i en satellit som i opgave 14.1. Den befinder sig over Ækvator. Accelerometrene måler med en uafhængig støj. (Det kan de ikke gøre i virkeligheden).

Med hvilken nøjagtighed skal accelerometrene måle for at tyngdegradienten bestemmes med en nøjagtighed på $1 * 10^{-12}\ s^{-2}$?

14.3. I opgave 2.6 udregnes en satellits position under antagelse af at den kun påvirkes af 0,0 og 2,0 leddene i kuglefunktionsudviklingen for potentialet. Hvad ville positionen (X,Y,Z) have været hvis vi ikke tog hensyn til 2,0-leddet ?

14.4. Data fra Ørsted Satellitten ligger i /disk1/cct/MARTIN for en enkelt dag med 1 s sampling. Vælg 5 positioner og hastigheder med 4 timers interval og benyt de afledte værdier af Kepler-elementerne til at beregne C_{20} . Hvor stor forskel er der på værdierne, og hvad siger det om usikkerheden på bestemmelsen af størrelsen ? IKKE OK !!

Programmet /disk1/cct/geod/cake kan benyttes til beregningerne.

14.5 Hvad er tyngden og den radiale tyngdegradient for en kugle med samme masse som Jorden og radius 6371000 m i højderne 0 m, 100000 m, 250000 m og 700000 m ?

Antag vi har en kugle med radius r og med centrum på Jordens overflade med massetætheden d, og antag vi i en satellit kan måle tyngdegradienten med en nøjagtighed på e. Hvad skal kuglens radius så være for at dens tiltrækning har en virkning i satellitten der er større end e ?

Udregn sammenhørende værdier af r for e = 0.01 EU, 0.001 EU, d = 0.1 g/cm**3, og r = 10 km, 100 km, 250 km og 700 km.

Geodætiske koordinatsystemer og observationsmetoder.

Eksamensopgaver, Januar 1998.

Alle hjælpemidler tilladt.

Vi benytter gennemgående WGS84 koordinatsystemet.

Opgave 1. En satellit befinder sig til tiden T = 0 timer i punktet med koordinaterne (X,Y,Z) = (2102937.6 m,-3508320.4 m,-5725920.7m)
i et inertielt koordinatsystem med centrum i Jordens tyngdepunkt. På dette tidspunkt antages satellitten at være i Greenwich meridian planet.

Satellitten har i inertialkoordinatsystemet hastighedsvektoren (5347.5 m/s, 5154.9 m/s, -1192.3 m/s).
Beregn herudfra Kepler-elementerne for satellitten.

Hvad er Kepler-elementerne efter 1 time, når der kun tages hensyn til de lineære perturbationer forårsaget af J2 ?

Opskriv den rotationsmatrix, det på dette tidspunkt giver forbindelsen mellem inertialsystemet og det med Jorden fast forbundne system.

Opgave 2. Ved hjælp at højdemåling fra satellit måles afstanden fra en satellit til havoverfladen. Under hvilke forudsætninger kan denne måling benyttes til bestemmelse af tyngdeanomalier ?

Hvilke tidsafhængige størrelser kan man bestemme ? (Nævn mindst 2).

Opgave 3.

GPS-satellitternes koordinater kaldes (X_i, Y_i, Z_i), og en observator har koordinaterne (X, Y, Z), samt en urfejl δt der skal bestemmes ved afstandsmåling til et antal GPS-satellitter. Observator's foreløbige koordinater kaldes (X_0, Y_0, Z_0).

Opskriv de lineariserede observationsligninger for pseudo-afstandsmålinger til GPS-satellitter.

Vi antager nu at satellitternes ure er fejlfrie.

Observator har de foreløbige koordinater
(X_0, Y_0, Z_0) = (3517257.9 m, 784664.1 m, 5244924.6 m)