Scommel

1823

1823

Øvelsesopgaver til K.Poder's forelæsninger over

KORTPROJEKTIONER

udarbejdet af

C.C.Tscherning

Geodætisk Institut, Efterår 1977, Forår 1978.

Kortprojektioner, opgave 1.

Afleveres 1977.09.19 kl. 13.00

For Europæisk Datum 1950 (ED 1950) benyttes som referenceellipsoide den internationale ellipsoide, der har den halve storaxe a = 6378388 m og fladtrykning f = 1/297.

For World Geodetic System (WGS 72) er referensellipsoidens halve storaxe a = 6378135 m og fladtrykning f = 1/298.26.

(a) Beregn de kartesiske koordinater (X, Y, Z) for to punkter med identiske geodætiske koordinater

$$\varphi = 56^\circ, \quad \lambda = 12^\circ, \quad h = 0.0 \text{ m},$$

i de to referencesystemer, idet vi forudsætter at de to systemer har sammenfaldende nul-punkter og koordinataxer.

(b) Beregn i hvert af de to referencesystemer hovedkrumningsradierne N og M i punkterne med geodætiske koordinater

$$\varphi = 0^\circ, \quad \lambda = 0^\circ, \quad h = 0.0 \text{ m},$$
$$\varphi = 90^\circ, \quad \lambda = 0^\circ, \quad h = 0.0 \text{ m},$$
$$\varphi = 56^\circ, \quad \lambda = 12^\circ, \quad h = 0.0 \text{ m}.$$

Alle resultater opgives i cm.

Kortprojektioner, opgave 2.

Afleveres 1977.09.26 kl. 13.00

(a) En geodætisk linie skærer ækvator med et azimuth $\alpha = 30^\circ$.

(1) Beregn for ED 1950 og WGS 72 referensellipsoiderne det azimuth hvormed linien skærer breddecirklen $\varphi = 60^\circ$.

(2) Beregn for de to referensellipsoider bredden for det punkt på den geodætiske linie der opnår den maximale bredde.

(3) Hvad ville den maximale bredde have været hvis fladtrykningen havde været 0 (kugle).

(b) Beregn under anvendelse af lærebogens formel (2.25) den approximative forskel mellem buelængderne for en cirkelbue på en kugle (radius $\sqrt{M_o N_o}$) og på hver af ED 1950 og WGS 1972 ellipsoiderne i følgende tilfælde:

$\varphi = 56^\circ$, $s = 100$ km , $\vartheta = 90^\circ$

$\varphi = 65^\circ$, $s = 100$ km , $\vartheta = 90^\circ$

$\varphi = 65^\circ$, $s = 1000$ km , $\vartheta = 90^\circ$

(c) Beregn den reducerede bredde (β) for to punkter med bredde $\varphi = 56^\circ$ og $\varphi = 89^\circ 59' 30''$.

Beregningerne gennemføres for hver af de to ovennævnte ellipsoider.

Alle resultater opgives i cm eller $\frac{1}{100}''$.

1977.09.26

Kortprojektioner, opgave 3.

Afleveres 1977.10.03 kl. 13.00

(a) Gennemfør i detailler udledningen af formel (3.28), (første fundamentalform for ellipsoiden).

(b) Gennemfør for WGS 1972 referensellipsoiden beregningen af den isometriske breddeforskel

$$\psi = 0^\circ \text{ til } \psi = 60^\circ \qquad \text{og} \qquad \psi = 60^\circ \text{ til } \psi = 80^\circ.$$

Kortprojektioner, opgave 4.

Afleveres 1977.10.10 kl. 13.00

En afbildning fra overfladen af en kugle med radius a = 6378160 m til planen defineres geometrisk som en projektion fra kuglens centrum, gennem punkterne på kuglens overflade og på en cylinder med grundflade-radius a. Denne udfoldes ved opskæring af cylinderen langs en frembringer. Kuglen har centrum i koordinatsystemets centrum.

Angiv afbildningerne på formen

$$N = f_1(\varphi,\lambda), \qquad E = f_2(\varphi,\lambda)$$

i følgende tilfælde

(a) Cylinderens axe falder sammen med koordinatsystemets Z-axe og opskæring finder sted i den linie, der dannes af billedet af punkter på kugleoverfladen med $\lambda = 180^\circ$. Punkter med $\lambda = 0$ skal alle have $E = 0$ og punkter med $\varphi = 0$ skal alle have $N = 0$.

(b) Cylinderens axe falder sammen med koordinatsystemets Y-axe. Opskæring finder sted i linien der dannes af billedet af punkter med $\varphi = 0$ og $90^\circ \leq \lambda < 270^\circ$. Punkter med $\varphi = 0$ og $-90^\circ \leq \lambda < 90^\circ$ skal alle have $N = 0$ og punkter med $\lambda = 0$ skal have $E = 0$.

(c) Bevis at ingen af de to afbildninger er konforme.

(d) Beregn afstanden på kuglen og i hver af de to afbildninger (projektioner) for tre par af punkter:

$$\varphi = 60^\circ, \quad \lambda = 0 \quad \text{og} \quad \varphi = 55^\circ, \quad \lambda = 0^\circ$$

$$\varphi = 0, \quad \lambda = 0 \quad \text{og} \quad \varphi = 10^\circ, \quad \lambda = 0^\circ$$

$$\varphi = 60^\circ, \quad \lambda = 10^\circ \quad \text{og} \quad \varphi = 55^\circ, \quad \lambda = 10^\circ$$

Afstandene opgives i m.

<u>Kortprojektioner, opgave 5</u>

Afleveres d. 1977.10.24 kl. 13.00

Vi betragter den internationale ellipsoide ($a = 6378388$, $f = 1/297$). En konform afbildning af ellipsoiden på planen er defineret som i Grossmann § 63 (Gauss-Krüger).

Som udgangsmeridian vælges $\lambda = 15^\circ$.

(a) Beregn ved hjælp af formel (10) og (24) i Grossmann § 63 de plane koordinater (y,x) i cm for et punkt med de geografiske koordinater $\varphi = 56^\circ$ og $\lambda = 12^\circ$.

(Størrelsen $G_o = F(q)_o$ kan udtages f.eks. af Baeschlin: Lehrbuch der Geodäsie, 1948, Tafel I.).

(b) Hvilken indflydelse har leddene af højeste orden (angives i cm).

(c) Er antallet af led i rækkeudviklingen rimeligt med henblik på at opnå den ønskede nøjagtighed ?

(d) Transformer koordinaterne til et koordinatsystem

$$Y = y \cdot k + 500 \text{ km}$$
$$X = x \cdot k$$

hvor $k = 0.9996$, (UTM, zone 33).

(e) Kontroller eventuelt resultatet ved brug af Geodætisk Instituts algol-programmer til koordinattransformation.

Kortprojektioner, opgave 6

Afleveres 1977.10.31 kl. 13.00

I opgave 5(d) udregnedes (Y,X)-koordinaterne for et punkt med geografiske koordinater $\varphi = 56^\circ$ og $\lambda = 12^\circ$ på den internationale ellipsoide.

Betragt punktet P_1 givet ved

$$(Y_1, X_1) = (Y + 1 \text{ km}, X + 1 \text{ km}).$$

(a) Beregn de geografiske koordinater for P_1 ved anvendelse af formlerne i Grossmann § 63.3. Koordinaterne opgives i buesekunder x 10^{-3}. (Husk transformation fra UTM til Gauss-Krüger koordinater).

(b) Sammenlign eventuelt resultatet ved brug af Geodætisk Instituts algol-programmer til koordinattransformation.

Kortprojektioner, opgave 7.

Afleveres 1977.11.07, kl. 13.00.

(a) Ricardus-Adler, Formlerne (5.69), (5.73) og (5.78) beskriver Lamberts konform-koniske projektion med én standard parallel, idet 3 konstanter c_1, c_2, c_3 først må fastlægges. Angiv hvilke egenskaber ved projektionen der benyttes til bestemmelse af disse konstanter.

(b) Lamberts konform-koniske projektion med én standard parallel definerer en afbildning fra den internationale ellipsoide (a=6378388, f=1/297) til planen ved $\varphi_0 := 61°30'$, $\lambda_0 := -48°$, men med $(y,x) := (0,0)$ ved $\varphi = 60°$ og $\lambda = -48°$. Benyt Ricardus-Adler formel (5.69), (5.73), (5.84) mv. til beregning af (y,x) for et punkt med $\varphi = 62°$, $\lambda = -47$. (y-axen er positiv mod nord og x-axen er positiv vest). Projektionen benyttes i Grønland (kegle 8).

(c) Lamberts konform-koniske projektion med én standard parallel definerer en afbildning fra den danske ellipsoide (a=6377104.4298 m, f=1/300) til planen ved $\varphi_0 := 56°$, $\lambda_0 := 2°12'$ vest for Rundetårn. x er positiv mod vest og y positiv mod nord. $(y,x) := (0,0)$ i punktet med $\varphi = 55°$, $\lambda = 2°12'$ vest for Rundetårn. Rundetårn har længden $12°34'39''.9$ øst for Greenwich. (Benyt samme formler som i (b))
Hvad er (y,x) koordinaterne for et punkt med $\varphi = 56°$, $\lambda = 12°$?
Benyt Instituttets transformationsprogram (gitrans) til beregning af G.S. koordinaterne for et punkt med ED1950 koordinaterne $\varphi = 56°$, $\lambda = 12°$.
Hvad er årsagen til forskellem mellem (y,x) koordinaterne ?

Kortprojektioner, opgave 9.

Afleveres 1977.11.28 kl. 13.00

"Dansk Mercator" er en afbildning fra den internationale ellipsoide til planen. Afbildningen er givet ved Ricardus-Adler formel (5.100) idet dog

(1) $(X,Y) = (500\text{ km}, 500\text{ km})$ for $\varphi = 56^\circ$ og $\lambda = 9^\circ$, og

(2) målestoksforholdet er 1 for $\varphi = 56^\circ$.

(a) Beregn de plane koordinater for to punkter

$$(\varphi_1, \lambda_1) = (56^\circ 15', 12^\circ 40')$$
$$(\varphi_2, \lambda_2) = (55^\circ 45', 12^\circ 40')$$

(b) Kontroller resultatet ved hjælp af gitrans.

(c) Hvad er afstanden mellem punkterne og hvad er forholdet mellem denne afstand og afstanden på ellipsoiden.

(d) Hvad er afstanden målt på søkort Nr. 131 (Sundet, nordlige del).

Kortprojektioner, opgave 10.

Afleveres 1977.12.05 kl. 13.00.

Polar stereografisk projektion er beskrevet i Ricardus-Adler, afsnit 5.3.3.

(a) Hvad er (X,Y) for et punkt med koordinaterne $(\varphi,\lambda) = (80^\circ, 90^\circ)$?
Hvad er målestoksforholdet i punktet?

(b) Hvad er forskellen mellem dette punkts afstand fra (0,0) og den tilsvarende meridianbue ?

Kortprojektioner, opgave 11

Afleveres 1977.12.12 kl. 13.oo

For to forskellige atlas ønskes angivet hvilke kortprojektioner der anvendes og i hvilket omfang (i %).

Angiv også hvorledes kortprojektionerne er beskrevet i de to atlas. (Ved figurer, ved formler eller lign.).

De to atlas skal hver indeholde mere end 50 forskellige kort.

Kortprojektioner, opgave 12

Afleveres 1977.12.19 kl. 13.00

Ved arealtro projektioner kan det være en fordel først at afbilde ellipsoiden på den såkaldte authaliske kugle, jf. Ricardus/Adler Afs. 6.2.

(1) Beregn radius R_I for den authaliske kugle svarende til den internationale ellipsoide.

(2) Hvad er den authaliske bredde Φ_A for $\varphi = 0^\circ$, 56°, 60° og 89° ?

(3) Alberts fladetro, koniske projektion med en standardparallel definerer en afbildning fra kuglen med radius R_I til planen, idet $\varphi = 60^\circ$ vælges som standardparallel og $\lambda = 0^\circ$ vælges som udgangsmeridian.

(a) For punktet $(\varphi,\lambda) = (56^\circ, 12^\circ)$ (på den internationale ellipsoide) ønskes beregnet (X,Y) i projektionsplanen.

(b) m_o, m_{90} ønskes beregnet i samme punkt.

(c) m_o og m_{90} ønskes beregnet for et punkt på standardparallellen. Diskuter resultatet.

Kortprojektioner II

Opgave 3. Afleveres 1978.03.13.

Punktet P har koordinaterne

$$(N,E) = (6210278.545,\ 312919.372)$$

i UTM zone 33.

To linier, der udgår fra P, har retning og afstand

$$\alpha_1 = 128^\circ 11' 30''\!.266$$
$$s_1 = 512\ 169.913 \text{ m}$$

$$\alpha_2 = 42^\circ 49' 53''\!.858$$
$$s_2 = 30\ 434.880 \text{ m}$$

Beregn de to endepunkters koordinater ved hjælp af afstands- og retnings-korrektion.

Kortprojektioner II.

Opgave 2. Afleveres 1978.03.06, kl. 12.30.

To punkter har i UTM zone 33 koordinaterne:

$(N_1, E_1) = (6210278.545,\ 312919.372)$,

$(N_2, E_2) = (5876605.305,\ 701315.546)$.

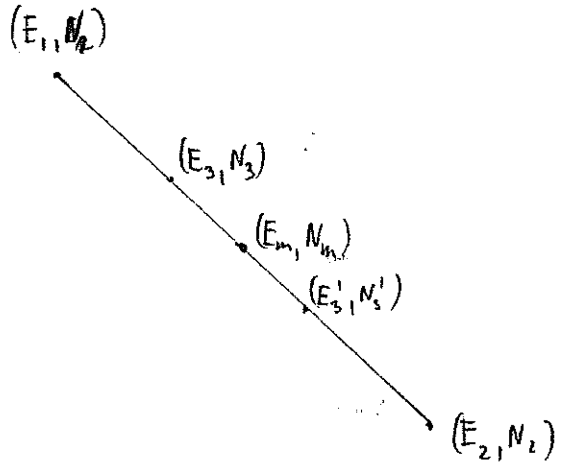
Beregn retnings og afstandskorrektionerne i de to punkter for linien der forbinder punkterne:

$$\delta = -\frac{1}{2}\,\frac{E_3 \cdot \Delta N}{m_o\ R_3^2}$$

$$\frac{S}{s} = m_o(1 + \frac{1}{6}\ \frac{(E_1^2 + E_1E_2 + E_2^2}{m_o^2\ R_m^2})$$

$m_o = 0.9996$ (for UTM), $R_m = \sqrt{NM}$, hvor R_m er værdien i liniens midtpunkt og R_3 er værdien i trediedelspunktet.

GIś transformationsprogrammer kan anvendes som hjælpemiddel.



Kortprojektioner II

Opgave 1. (Afleveres 1978.02.24)

(a) En kurve i planen er givet ved en

parameterfremstilling

$$
\begin{aligned}
y &= t \\
x &= t^3
\end{aligned}
\qquad -\infty < t < \infty
$$

Hvad er tangentdrejningen og krumningsradien for kurven ?

Angiv forbindelsen til formlerne (A.12) - (A.15) i Ricardus/Adler.

(b) Gennemfør i detailler udledningen af formel (A.23) ud fra (A.22) (i Ricardus/Adler).